Nr. 5 a.) $\vec{AB} = -\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} - a$

$\vec{AC} = -\vec{a} + \vec{c} = \vec{c} - \vec{a}$

$\vec{BC} = -\vec{b} + \vec{c} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{ON} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$

b.) $\vec{P} = \vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{MC} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{OC} - \vec{OM})$

$= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a})$

$= \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}\vec{c}$

$\vec{Q} = \vec{OQ} = \vec{ON} + \frac{1}{2}\vec{NC} = \vec{ON} + \frac{1}{2}(\vec{OC} - \vec{ON}) = \frac{1}{2}\vec{ON} + \frac{1}{2}\vec{OC}$

$(= \vec{N} + \frac{1}{2}(\vec{C} - \vec{N}))$

$= \frac{1}{2}\underbrace{(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b})}_{a.)} + \frac{1}{2}\cdot\vec{c}$

$= \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$

c.) $\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = \vec{Q} - \vec{P} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} - (\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c})$

$= \frac{1}{4}\vec{b}$

$\Rightarrow [PQ] \parallel [OB]$ Strecken parallel

$\overline{PQ} = \frac{1}{4}\overline{OB}$ Länge nur ein Viertel!

e.) $\vec{P} = ?$ $Q - ?$ $\vec{a} = \vec{OA} = \vec{A} - \vec{O} = \vec{A} = \begin{pmatrix}6\\0\\0\end{pmatrix}$ etc. für $\vec{b}, \vec{c}$

$\vec{P} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c} = \frac{1}{4}\cdot\begin{pmatrix}6\\0\\0\end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1\\-2\\6\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}5-0{,}5\\0-1\\0+3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$

$\vec{Q} = \frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} = \vec{P} + \frac{1}{4}\vec{b} = \begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix} + \frac{1}{4}\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1+\frac{3}{4}\\-1+1\\3-0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1{,}75\\0\\3\end{pmatrix}$

$\vec{PQ} = \frac{1}{4}\vec{b} = \begin{pmatrix}0{,}75\\1\\0\end{pmatrix}$ $|\vec{PQ}| = \sqrt{0{,}75^2 + 1^2 + 0^2}$

$= \sqrt{1 + \frac{9}{16}} = \frac{5}{4} = \underline{\underline{1{,}25}}$

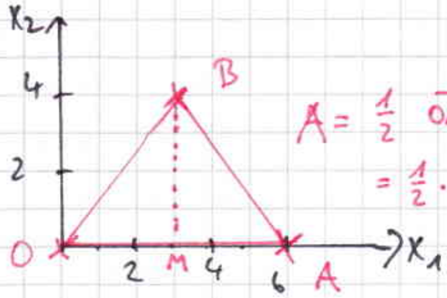
f.) $V = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot h$

f.) $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$

Die Grundfläche der Pyramide liegt in x_1-x_2-Ebene, da bei den Eckpunkten O, A, B die x_3-Koordinate 0 ist.

$\Rightarrow x_3$-Koordinate von C ist die Höhe $\Rightarrow h = 6$

$\Rightarrow G = A_{OAB} = 12$ (von oben:)



$\Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 6 = 24$

~~Nr. 6~~ $\cancel{\vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{M_c} + \vec{C}) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}(\vec{A}+\vec{B}) + \vec{C}}$

Nr. 6 a, b) $\vec{M_c} = \frac{1}{2}(\vec{A} + \vec{B}) = \frac{1}{2}\vec{A} + \frac{1}{2}\vec{B}$

$$\vec{S} = \vec{M_c} + \frac{1}{3}\overrightarrow{M_cC} = \vec{M_c} + \frac{1}{3}(\vec{C} - \vec{M_c})$$

$$= \frac{2}{3}\vec{M_c} + \frac{1}{3}\vec{C} = \frac{1}{3}\vec{A} + \frac{1}{3}\vec{B} + \frac{1}{3}\vec{C}$$

$$= \frac{1}{3}(\vec{A} + \vec{B} + \vec{C})$$

Der Ortsvektor von S ist der Mittelwert der Ortsvektoren der Eckpunkte.

c.) $S(1|1|2)$ $\quad \vec{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d.) z.B. $A(-3|0|0)$, $B(0|6|0)$, $C(0|0|-9)$