Kurzer Test: e- und ln-Funktion

Aufgabe 1:

a.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ mit $D = \mathbb{R}^+\backslash\{1\}$. Bestimmen Sie Lage (optional auch die Art) des Extrempunkts des Graphen von f.

b.) Bestimmen Sie das Verhalten von G_f für $x \to +\infty$.

Aufgabe 2:

a.) Gegeben ist die Funktion $f(x) = x \cdot e^{-x}$ mit $D = \mathbb{R}$. Bestimmen Sie Lage (optional auch die Art) des Extrempunkts des Graphen von f.

b.) Bestimmen Sie das Verhalten von G_f für $x \to \pm\infty$.

1a) $f'(x) = \frac{1 \cdot \ln(x) - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \ln(x) - 1 = 0 \Rightarrow \ln(x) = 1$

$\underline{\underline{x = e}}$

$P(e \mid f(e)) \Rightarrow P(e \mid e)$

$f(e) = \frac{e}{\ln(e)} = e$ (opt.: $TP(e \mid e)$)

b.) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\overset{\to +\infty}{x}}{\underbrace{\ln(x)}_{\infty}} = +\infty$, da x stärker gegen Unendlich geht, als $\ln(x)$!

Nr. 2 a) $f'(x) = 1 \cdot e^{-x} + x \cdot e^{-x} \cdot (-1) = e^{-x} - xe^{-x}$

$= e^{-x}(1 - x)$

$f'(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{e^{-x}}_{\text{wird nie Null!}} \cdot (1 - x) = 0 \Rightarrow 1 - x = 0$

$\Rightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

(opt. $HP(1 \mid \frac{1}{e})$) $P(1 \mid f(1)) \Rightarrow P(1 \mid \frac{1}{e})$ $f(1) = 1 \cdot e^{-1} = \frac{1}{e}$

b.) $\lim\limits_{x \to \infty} \underset{\infty}{x} \cdot \underset{0}{e^{-x}} = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\overset{\to \infty}{x}}{\underset{\to \infty}{e^x}} = 0$, da e^x stärker gegen ∞ geht als x bzw. e^{-x} geht stärker gegen 0, als x gegen ∞

$\lim\limits_{x \to -\infty} \underset{-\infty}{x} \cdot \underset{+\infty}{e^{-x}} = -\infty$