

Nr. 3 a.) $D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}; +\sqrt{2}\}$

$$x^2 - 4 \neq 0 \quad x \neq \pm 2$$

$$x^2 \neq 0$$

$$x \neq \pm \sqrt{2}$$

b.) $5x + 2 > 0 \Rightarrow x > -\frac{2}{5}$

$$\Rightarrow D_{\max} =]-\frac{2}{5}; +\infty[$$

(im ln(...) darf nie Null oder etwas Negatives stehen!)

c.) $12 - 2x \geq 0 \Rightarrow 2x \leq 12 \Rightarrow x \leq 6$

$$\Rightarrow D_{\max} =]-\infty; 6] \quad (\text{Radikant nicht Negativ!})$$

d.) $12 - 2x > 0 \Rightarrow x < 6$

$$\Rightarrow D_{\max} =]-\infty; 6[\quad (\text{Radikant } > 0!)$$

e.) $x^2 > 0 \Rightarrow x > 0$

$$D_{\max} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Nr. 4 a.) $f(x) = x^3 + x \neq 0$ für alle

$$f'(x) = x^2 + 1 > 0 \text{ für alle } x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow f$ ist auf ganz \mathbb{R} streng monoton steigend! \Rightarrow Umkehrbar!

b.) $g(x) = \frac{2}{x-3}$

$$g'(x) = (2 \cdot (x-3)^{-1})'$$
$$= -2 \cdot (x-3)^{-2} \cdot 1$$

$$= \frac{-2}{(x-3)^2} < 0 \text{ für } x > 3$$

\Rightarrow streng monoton fallend \Rightarrow Umkehrbar!

x und y vertauschen! $y = \frac{2}{x-3} \Rightarrow x = \frac{2}{y-3}$

$$x = \frac{2}{y-3} \Rightarrow y-3 = \frac{2}{x} \Rightarrow y = \frac{2}{x} + 3$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2}{x} + 3$$

$$\text{Da } \mathbb{D}_f =]3; +\infty[\Rightarrow \mathbb{W}_{f^{-1}} = \mathbb{D}_f =]\cancel{3}; +\infty[$$

$$\mathbb{W}_f =]0; +\infty[\Rightarrow \mathbb{D}_{f^{-1}} = \mathbb{W}_f =]0; +\infty[$$

$$\text{c.) } f(x) = y = 2 - e^{-x^2} \quad (\text{x-y-Vertauschen})$$

$$x = 2 - e^{-y^2} \quad (\text{nach y auflösen})$$

$$e^{-y^2} = 2 - x \quad |\ln(\dots)|$$

$$-y^2 = \ln(2-x) \quad | \cdot (-1)$$

$$y^2 = -\ln(2-x) \quad |\sqrt{\quad}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = y = \sqrt{-\ln(2-x)} \quad (\mathbb{D}_{f^{-1}} =]2; 3[)$$

$$\text{d.) } f(x) = \ln(\sqrt{x-2}) = y$$

$$\ln(\sqrt{y-2}) = x \quad |e^{\quad}$$

$$\sqrt{y-2} = e^x \quad | \dots^2$$

$$y-2 = (e^x)^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = y = e^{2x} + 2$$